

## 平成18年度前期 力学(宗像) 試験問題

解答用紙(A3) 1枚(両面記入可)に氏名・学籍番号と解答を記入して提出すること

問1. 原点に固定された太陽からの万有引力(中心力)により惑星が円運動をしている。惑星の軌道面に二次元の極座標系 $(r, \theta)$ をとり、基本ベクトルを $e_r, e_\theta$ とすると、これらは直交座標系の基本ベクトル $i, j$ と、

$$e_r = \cos\theta i + \sin\theta j, \quad e_\theta = -\sin\theta i + \cos\theta j \quad \leftarrow \text{合}$$

という関係にある。以下の問いに答えよ。

- (1)  $\dot{e}_r = \dot{\theta} e_\theta, \dot{e}_\theta = -\dot{\theta} e_r$ であることを示せ。
- (2) 位置ベクトルは $r = r e_r$ と書ける。(1)の關係を用いて、加速度ベクトルの成分 $a_r, a_\theta$ を求めよ。
- (3) 惑星の運動方程式を書いてそこからケプラーの第2法則を導き、その物理的意味説明せよ。
- (4) 惑星の運動方程式からケプラーの第3法則を導け。
- (5) 惑星運動の力学的全エネルギーを $E$ とすると、軌道半径はいくらか?

問2. 位置 $r$ にある質量 $m$ の惑星が、原点にある質量 $M$ の太陽の万有引力 $F$ によって運動している。以下の問いに答えよ。

- (1)  $F$ の成分をポテンシャル $U = -GMm/r$ から導け。
- (2) (1)から $F$ が中心力であることを示せ。また、この時「面積速度」 $r^2\dot{\theta}/2$ が一定に保たれることを示せ。

問3. 固定点 $O$ のまわりに自由に回転できる質量 $M$ の剛体が、重力加速度 $g$ の様な重力場中で振り子運動をしている(物理振り子)。 $O$ と剛体の重心の間の距離を $h$ 、剛体の $O$ まわりの慣性モーメントを $I$ 、振れ角を $\phi$ として以下の問いに答えよ。

- (1) 鉛直下方を $x$ 軸、水平方向を $y$ 軸とするデカルト座標系をとり、剛体内の $i$ 点に働く力を $F_i$ とすると、重力のモーメント $N_z$ が、  

$$N_z = \sum (x_i F_{iy} - y_i F_{ix}) = -Mgh \sin\phi$$
と書けることを示せ。
- (2) 振り子の運動方程式を書け。
- (3) 微小振動( $\phi \approx 0$ )の周期を求めよ